

0-734639

*На правах рукописи*

Вершков Андрей Николаевич

УДК 521.15

**НОВЫЕ МЕТОДЫ  
ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ГЕОПОТЕНЦИАЛА  
НА ОСНОВЕ СПУТНИКОВЫХ  
И НАЗЕМНЫХ ДАННЫХ**

Специальность 01.03.01 - астрометрия и небесная механика

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург 2002 г.

Работа выполнена в Главной астрономической обсерватории РАН

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук  
**М.С. Петровская**

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук  
Ю. В. Батраков  
кандидат физико-математических наук  
Б. Н. Поляхова

Ведущая организация:

Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга  
Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

Защита диссертации состоится " 20 " декабря 2002 г.  
в 11 часов 30 минут на заседании Диссертационного совета  
(шифр K002.120.01) в Главной астрономической обсерватории  
Российской Академии Наук по адресу: 196140, Санкт-Петербург,  
Пулково, ГАО РАН.

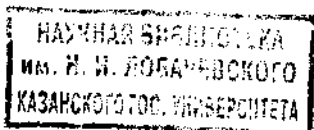
С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГАО РАН.

Автореферат разослан " 19 " ноября 2002 г.

Ученый секретарь  
Диссертационного совета  
кандидат физ.-мат. наук



Е.В. Милецкий



## Актуальность:

Изучение свойств гравитационного потенциала Земли и повышение точности его аппроксимации играют важную роль при решении широкого круга задач в различных областях науки и практических приложениях. Результаты таких исследований лежат в основе программ запусков искусственных спутников Земли и построения теорий их движения. Они используются при разработке межпланетных космических программ, моделировании геодинамических процессов и внутренней структуры Земли, в океанографии, исследовании природных ресурсов, в морской и авиационной навигации и т.д. Высокоточное моделирование планетарной фигуры Земли (геоида) необходимо для построения национальной системы координат и ее увязке с глобальной координатной сетью.

Модель геопотенциала представляет собой набор геодинамических констант - коэффициентов разложения потенциала Земли в ряд шаровых функций, называемых стоксовыми постоянными или спектральными коэффициентами, а их совокупность называется спектром геопотенциала. В настоящее время стоксовы постоянные определяются из совместной обработки гравиметрических измерений на поверхности Земли, геофизических данных и различного рода спутниковых измерений. В качестве последних используются данные спутникового слежения и спутниковой альтиметрии, лазерной локации, доплеровские измерения. Особое внимание в предстоящем десятилетии будет уделено наиболее перспективному новому виду наблюдений - спутниковой градиентометрии, которая позволит улучшить на порядок точность и разрешающую способность моделей фигуры и гравитационного поля Земли.

Существующие методы построения моделей гравитационного потенциала Земли нуждаются в усовершенствовании ввиду появления новых видов наблюдательных данных, обширности всего комплекса данных и повышения требований к точности аппроксимации геопотенциала.

### Целями настоящей работы являются:

1. Усовершенствование существующих методов построения моделей гравитационного поля Земли по измерениям силы тяжести на ее поверхности. Численная реализация этих методов.
2. Разработка простого метода построения моделей геопотенциала по данным будущих спутниковых градиентометрических миссий. Численная реализация этого метода.

### Научная новизна работы:

1. Существенно упрощена методика определения коэффициентов разложения геопотенциала по сферическим гармоникам на основе его разложения по эллипсоидальным гармоникам.
2. Усовершенствован метод построения моделей геопотенциала по данным о силе тяжести на поверхности Земли.
3. Впервые разработан простой аналитический метод построения моделей геопотенциала на основе измерений шести компонент градиента силы тяжести в предстоящих международных спутниковых миссиях.

### Практическая ценность работы заключается в следующем:

1. Усовершенствованная методика применения ряда по эллипсоидальным гармоникам для вычисления коэффициентов разложения потенциала Земли в ряд сферических функций позволяет существенно ускорить вычисления и повысить точность моделей геопотенциала.
2. Усовершенствованный метод определения коэффициентов разложения геопотенциала по сферическим функциям на основе измерений силы тяжести на поверхности Земли позволяет существенно повысить точность гармоник геопотенциала в высокочастотной части спектра.
3. Разработанный простой аналитический метод определения коэффициентов гармоник геопотенциала по данным будущих спутниковых градиентометрических миссий не имеет аналогов и удобен для практических приложений. Он легко реализуем на обычных персональных компьютерах. Единственной альтернативой этому методу являются громоздкие численные методы (варианты

метода наименьших квадратов), которые вряд ли будут практически реализованы даже на суперкомпьютерах, поскольку число наблюдений будет порядка 100 миллионов, а число определяемых параметров - порядка 90 000.

### **На защиту выносятся:**

1. Усовершенствованный метод определения коэффициентов сферических гармоник геопотенциала по известным коэффициентам эллипсоидальных гармоник, позволяющий ускорить вычисления и повысить их точность.
2. Усовершенствованный метод построения моделей гравитационного потенциала Земли на основе гравиметрических данных на поверхности Земли, который существенно повышает точность коэффициентов гармоник в высокочастотной части спектра геопотенциала.
3. Разработанный простой аналитический метод построения высокоточных моделей геопотенциала на основе наблюдательных данных о компонентах градиента силы тяжести, которые будут измеряться в предстоящих международных спутниковых миссиях.

### **Апробация работы и публикации:**

Основные результаты работы докладывались и получили положительные отзывы на международных конференциях:

1. XXII Генеральная Ассамблея Международного Союза Геодезии и Геофизики (Бирмингем, Англия, 19-30 июля 1999).
2. Конференция: "Астрометрия, геодинамика и небесная механика на пороге XXI века". "Общие вопросы координатно-временного обеспечения" (ИПА РАН, С.-Петербург, 19-23 июня 2000).
3. Научная Ассамблея Комиссии по Космическим Исследованиям - COSPAR (Варшава, Польша, 16-23 июля 2000).
4. Научная Ассамблея Международной Ассоциации Геодезии. Симпозиум: "Прогресс в области численных методов и теории аппроксимации" (Будапешт, Венгрия, 2-9 сентября 2001).
5. Симпозиум по математической геодезии (Матера, Италия, 17-21 июня 2002).

6. Совещание Международной Комиссии по гравитации и геоиду (Салоники, Греция, 26 - 30 августа 2002).
7. Конференция "Небесная механика - 2002: Результаты и перспективы" (ИПА РАН, Санкт-Петербург, 10-14 сентября 2002).

Всего по теме диссертации опубликовано 12 работ. В них изложены основные результаты, выносимые на защиту.

### **Структура и объем диссертационной работы**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 30 наименований. Она содержит 92 страницы текста, 19 иллюстраций и 5 таблиц.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **Введении** отмечается важность построения высокоточных моделей гравитационного потенциала Земли для решения широкого круга задач в различных областях науки и практических приложениях. Кратко описано многообразие спутниковых и наземных данных, используемых для построения моделей геопотенциала.

В **Главе 1** кратко описаны основные свойства гравитационного потенциала Земли. Анализируются существующие методы построения ряда сферических функций, аппроксимирующего геопотенциала. Анализируются особенности различных методов, их достоинства и недостатки. Отмечается необходимость усовершенствования и дальнейшего развития современных методов с целью повышения точности и разрешающей способности моделей геопотенциала.

В **Главе 2** излагается усовершенствованный метод использования промежуточного ряда по эллипсоидальным гармоникам для определения коэффициентов  $\bar{C}_{n,m}$  разложения геопотенциала по сферическим функциям. Упрощены формулы Jekeli (1988) преобразования одних коэффициентов в другие. Ускорена сходимость гипергеометрических рядов, входящих в эти преобразования, что позволяет существенно сократить в них число учитываемых членов и повысить точность моделей геопотенциала.

**Глава 3** посвящена проблеме определения коэффициентов  $\bar{C}_{n,m}$  по измерениям силы тяжести на поверхности Земли. Существовавший ранее

стандартный метод решения этой задачи приводил к большим погрешностям в коэффициентах гармоник потенциала высокой степени и порядка. (Они даже превышали основное, сферическое приближение). М.С. Петровской (Petrovskaya, 2001) был разработан новый итерационный метод решения краевого соотношения на поверхности Земли, связывающего определяемые величины  $\bar{C}_{n,m}$  и данные измерений силы тяжести. Этот метод позволяет повысить точность моделей геопотенциала. В диссертации последний метод применяется для решения задачи на базе уточненного краевого соотношения, учитывающего более высокие степени сжатия Земли. Проведено численное исследование эффективности стандартного и нового методов с использованием данных NASA о силе тяжести - в виде коэффициентов ее разложения в ряд сферических функций. Полученные результаты показали высокую точность новой методики построения моделей геопотенциала.

**Глава 4** является основной. Отмечается, что дальнейший прогресс в высокоточном моделировании геопотенциала ожидается лишь от нового вида спутниковых наблюдений - измерения со спутников шести компонент градиента силы тяжести, которые представляют собой производные второго порядка от потенциала Земли относительно подвижной системы координат, связанной с положением спутника на орбите. Впервые выведены фундаментальные соотношения между гармоническими коэффициентами компонент градиента силы тяжести, измеренными со спутника, и искомыми коэффициентами геопотенциала. Ввиду отсутствия в настоящее время наблюдательных данных, на базе полученного фундаментального соотношения разработана методика генерирования этих данных на основе существующей модели геопотенциала. Эта методика реализована, исходя из наиболее точной современной модели геопотенциала NASA - EGM96 (Lemoine et al., 1998). Вычислены спектральные коэффициенты наблюдаемых величин для проекта "GOCE" - для высоты спутника 250 км. На основе полученных фундаментальных соотношений разработана методика построения моделей геопотенциала по данным о спектральных коэффициентах градиентометрических измерений. Беря в качестве последних спектральные коэффициенты, сгенерированные по модели EGM96, автор получил исходную модель геопотенциала EGM96, что позволяет сделать вывод об эффективности разработанной методики.

**В Заключение** подводятся итоги выполненной работы и намечены перспективы ее дальнейшего развития, а также возможных приложений.

Получены следующие результаты:

1. Известно, что ряд по эллипсоидальным гармоникам имеет большую область сходимости (вне внешнего эллипсоида), чем ряд сферических функций (вне внешней сферы) для гравитационного потенциала Земли. Поэтому целесообразно (теоретически) сначала строить разложение геопотенциала по эллипсоидальным гармоникам, а затем, после усечения этого ряда, преобразовывать его в усеченный ряд сферических функций. В существовавшую ранее такую методику, автором которой является Jekeli (1988), в диссертации внесен ряд существенных изменений - для повышения ее эффективности. Упрощены соотношения между коэффициентами эллипсоидальных гармоник  $\bar{C}_{n,m}^e$  и искомыми коэффициентами сферических гармоник  $\bar{C}_{n,m}$  геопотенциала. Основное же усовершенствование состоит в ускорении сходимости гипергеометрических рядов, входящих в упомянутые соотношения. Как показали численные эксперименты, тем самым достигается сокращение времени вычислений и повышение точности аппроксимации  $\bar{C}_{n,m}$ .
2. Внесено усовершенствование в методику М.С. Петровской (Petrovskaya, 2001) построения моделей геопотенциала (вычисления  $\bar{C}_{n,m}$ ) на основе данных о силе тяжести на поверхности Земли (аномалиях силы тяжести  $\Delta g$ ). В диссертации этот метод модифицируется, а именно: в соотношение между спектральными коэффициентами  $\Delta g$  и коэффициентами геопотенциала  $C_{n,m}$  добавлены члены более высокого порядка относительно сжатия Земли. На основе данных о  $\Delta g$ , предоставленных NASA, вычислены  $\bar{C}_{n,m}$ . Аналогичные вычисления были проведены в отношении решения задачи стандартным методом (Rapp and Cruz, 1986), на основе которого строилась модель геопотенциала OSU86 и более ранние модели. Оба решения сравнивались с более точным (но намного более сложным) решением Jekeli - с использованием промежуточного ряда по эллипсоидальным гармоникам. Как показало сравнение результатов, метод, разработанный в диссертации, дает решение для  $\bar{C}_{n,m}$ , близкое к "эталонному" решению Jekeli, в противоположность стандартному решению. Разработанная



методика рекомендуется для построения будущих моделей геопотенциала.

3. Основными являются результаты Главы 4. Впервые разработан простой аналитический метод построения моделей геопотенциала по данным будущих спутниковых градиентометрических миссий. Выведены простые фундаментальные соотношения между спектральными коэффициентами измеряемых величин (вторых производных от геопотенциала в подвижной системе координат, связанной со спутником) и коэффициентами  $C_{n,m}$  геопотенциала. Разработана методика разрешения этих соотношений относительно  $\bar{C}_{n,m}$ . Для реализации этого метода достаточно иметь персональный компьютер Pentium III, причем вычисления занимают лишь от нескольких секунд до нескольких минут.

Проведен большой комплекс вычислений по исследованию различных спектральных характеристик шести вторых производных от геопотенциала для высоты спутника 250 км, соответствующей высоте орбиты в миссии "GOCE". Впервые обнаружен ряд особенностей и закономерностей в спектрах этих производных, которые характеризуют внутреннюю структуру Земли в ее различных областях и могут представлять большой интерес для детального изучения различных свойств гравитационного поля Земли.

Разработанная методика может быть далее развита в отношении производных третьего и более высоких порядков от геопотенциала.

Теоретические результаты этой главы без изменений могут быть применены для изучения с помощью спутников гравитационных полей других больших планет и Луны.

1. Petrovskaya, M.S. and A.N. Vershkov (2000) Simplified relations between the ellipsoidal and spherical harmonic coefficients of the external earth's potential. *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, Anno LIX, No. 1, Firenze, Italy, pp. 57-72.
2. Petrovskaya, M.S., A.N. Vershkov and N.K. Pavlis (2000) Numerical realization of the new iteration procedure for recovering the potential spherical harmonic coefficients. In: "Geodesy Beyond 2000-The Challenges of the First Decade" (XXII General Assembly of IUGG, Birmingham, July 19-30,1999), ed. K.-P. Schwarz, Springer, pp.191 - 195.
3. Вершков А.Н. и М.С. Петровская (2000) Новый итерационный метод определения коэффициентов разложения потенциала Земли на основе гравиметрических и спутниковых данных. В: "Астрометрия, геодинамика и небесная механика на пороге XXI века. Общие вопросы координатно-временного обеспечения" (Конференция, ИПА РАН, 19-23 июня, 2000, С.-Петербург), отв. ред. А.М.Финкельштейн, ИПА РАН, С.-Петербург, стр. 227 - 228.
4. Вершков А.Н. и М.С. Петровская (2000) Определение коэффициентов разложения геопотенциала по сферическим гармоникам на основе его разложения по эллипсоидальным гармоникам. *Известия ГАО*, No. 214, С.-Петербург, стр. 135 - 152.
5. Petrovskaya, M.S., A.N. Vershkov, G.B. Volfson, J.B. Zielinski (2001) Simulation of the spectra of GOCE observables. Scientific Assembly of the International Association of Geodesy (Budapest, 2-9 Sept., 2001). Symposium B2: "Use of Gravity Data from Dedicated Satellite Mission". *Proceedings in CD*, N.22BD.
6. Petrovskaya, M.S., A.N. Vershkov and N.K. Pavlis (2001) New analytical and numerical approaches for geopotential modeling. *Journal of Geodesy*, Vol. 75, No. 12, pp. 661 - 672.
7. Petrovskaya, M.S. and A.N. Vershkov (2002) Potential coefficients recovery from the spectra of the full space-borne gravity gradient tensor. V Hotine-Marusi Symposium on Mathematical Geodesy (Matera, Italy, June 17-21, 2002). Abstracts.
8. Petrovskaya, M.S., A.N. Vershkov and J.B. Zielinski (2002) Recovering the Earth's potential spectral characteristics from GOCE mission. *Advances in Space Research*, Vol. 30, No.2.
9. Petrovskaya, M.S., A.N. Vershkov, A. Lyszkowicz, J.B. Zieliński (2002) Evaluation of the quasigeoid height and the gravity anomaly from GOCE satellite gradiometry mission. 3-rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission (Thessaloniki, Greece, August 26-30, 2002). Abstracts.

10. Petrovskaya, M.S. and A.N. Vershkov (2002) High-accuracy modeling of the gravitational potential from GOCE satellite gradiometry mission. *Труды ИПА РАН, вып. 8, "Небесная механика"*, С.-Петербург, стр. 146- 147.
11. Vershkov, A.N. (2002) Analysis of the spectral characteristics of GOCE observables generated by EGM96 geopotential model. *Artificial Satellites*, Space Research Center of Polish Academy of Sciences, Warsaw, Vol. 37, No. 4, pp. 11-38.
12. Vershkov, A.N. (2002) Determination of the spherical harmonic coefficients from the ellipsoidal harmonic coefficients of the Earth's external potential. *Artificial Satellites*, Space Research Center of Polish Academy of Sciences, Warsaw, Vol. 37, No. 4, pp. 39-50.

## ЦИТИРУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Jekeli, C. (1988) The exact transformation between ellipsoidal and spherical harmonic expansions. *Manuscripta Geodaetica*, Vol. 13, No. 2, pp. 106 - 113.
2. Petrovskaya, M.S. (2001) Iteration procedure for evaluating high degree potential coefficients from gravity data. *Proceedings of IV Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy*, (Trento, Italy, Sept. 14 -17,1998), Ed. G.B. Benciolini, Universita degli Studi di Trento, Italy, Vol. 122, pp. 158 - 164.
3. Lemoine, F.G., S.C. Kenyon, J.K. Factor, R.G. Trimmer, N.K. Pavlis, D.S. Chirm, C.M. Cox, S.M. Klosko, S.B. Luthcke, M.H. Torrence, Y.M. Wang, R.G. Williamson, E.C. Pavlis, R.H. Rapp, T.R. Olson (1998) Geopotential Model EGM96. NASA/TP - 1998 - 206861. Goddard Space Flight Center, Greenbelt.
4. Rapp, R.H. and J.Y. Cruz (1986) Spherical harmonic expansions of the earth's gravitational potential to degree 360 using 30' mean anomalies. Dept. Geod. Sci. and Surv., Ohio State Univ., Rep. 376.

